भौतिकी

अध्याय-3: सरल रेखा में गति

सरल रेखा में गति

सरल रेखा में गति संबंधित कुछ महत्वपूर्ण बिंदु -

विराम अवस्था

जब कोई वस्तु एक स्थान पर स्थिर पड़ी होती है तो वह विराम अवस्था में है। जैसे - सड़क पर पड़ा पत्थर, मेज पर रखी किताब आदि।

गति की अवस्था

जब कोई वस्तु किसी दिशा में समान चाल से चल रही है तो वह वस्तु गति की अवस्था में है।

वैज्ञानिक अरस्तु का मत है - कि यह ब्रह्मांड तथा इसमें स्थित प्रत्येक वस्तु गतिशील है न कि विरामावस्था।

निर्देश तंत्र

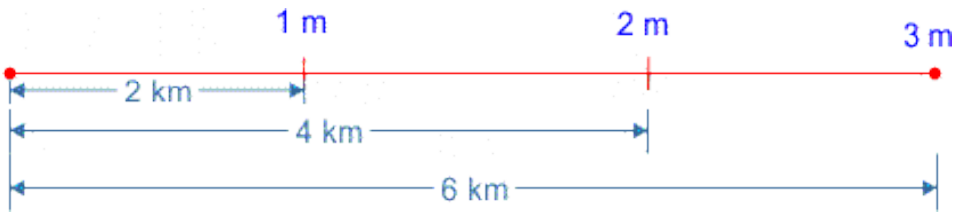
यह एक ऐसा निकाल होता है जिसके सापेक्ष वस्तु की स्थिति तथा उसकी गति का निर्धारण किया जाता है।

एकसमान और असमान गति

एकसमान गति

जब कोई गतिशील वस्तु निश्चित समय अंतराल में समान दूरी तय करती है तो उसकी गति को एकसमान गति (uniform motion) कहते हैं।

जैसे - कोई गतिशील वस्तु 1 मिनट में 2 किलोमीटर तथा 2 मिनट में 4 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 6 किलोमीटर दूरी तय करती है तो उसकी यह गति एकसमान गति है क्योंकि वह प्रति मिनट में 2 किलोमीटर की दूरी तय कर रही है।



असमान गति

जब कोई गतिशील वस्तु निश्चित समय अंतराल में असमान दूरी तय करती है तो उसकी गति को असमान गति (non-uniform motion) कहते हैं।

जैसे - कोई वस्तु 1 मिनट में 2 किलोमीटर, 2 मिनट में 5 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 8 किलोमीटर की दूरी तय करती है तो उसकी यह गति असमान गति है।

दूरी और विस्थापन

कुछ छात्र दूरी और विस्थापन को एक ही जैसा ही मान लेते हैं क्योंकि इनका मात्रक भी समान होता है एवं विमीय सूत्र भी, लेकिन यह दोनों राशियां एक-दूसरे से भिन्न हैं दूरी का केवल परिमाण होता है दिशा नहीं होती है। इसलिए यह एक अदिश राशि है जबकि विस्थापन का परिमाण के साथ-साथ दिशा भी ज्ञात होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है।

दूरी

किसी गतिशील वस्तु द्वारा एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक तय की गई कुल लंबाई को उस वस्तु की दूरी कहते हैं। अर्थात किसी वस्तु या व्यक्ति द्वारा चली गई कुल मार्ग की लंबाई को दूरी (distance) कहते हैं।

जैसे - कोई वस्तु किसी बिंदु से पूरब की ओर 3 किलोमीटर चलती है एवं फिर उत्तर की ओर 4 किलोमीटर चलती है तो वस्तु द्वारा तय की गई कुल दूरी 7 किलोमीटर होगी। दूरी में केवल परिमाण ही होता है दिशा का कोई महत्व नहीं है इसलिए दूरी एक अदिश राशि है।

दूरी का मात्रक

दूरी का SI या MKS पद्धति में मात्रक मीटर है। इसके अलावा इसे किलोमीटर, सेंटीमीटर तथा मिलीमीटर आदि में भी मापते हैं।

दूरी के विभिन्न पैमाने

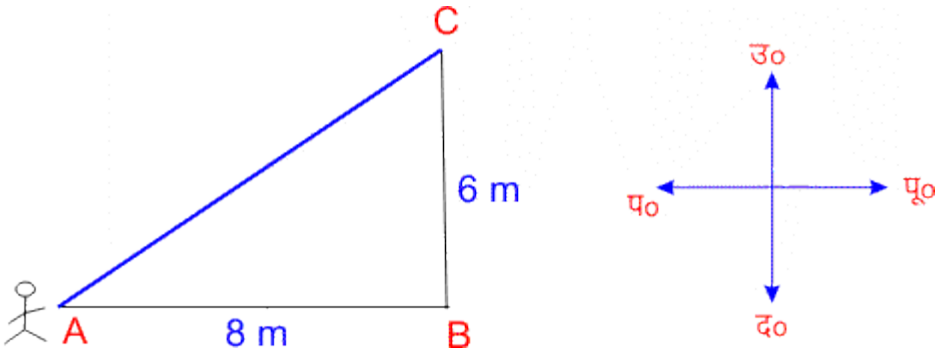
- 1 प्रकाश वर्ष = 9.46×10^{15} मीटर

- 1 किलोमीटर = 1000 मीटर
- 1 सेमी = 10^{-2} मीटर
- 1 मिली मीटर = 10^{-3} मीटर
- 1 माइक्रोमीटर = 10^{-6} मीटर
- 1 एंग्स्ट्रांग = 10^{-10} मीटर
- 1 फर्मी = 10^{-15} मीटर

विस्थापन

किसी गतिशील वस्तु या व्यक्ति की प्रारंभिक तथा अंतिम स्थितियों के बीच की न्यूनतम दूरी को विस्थापन कहते हैं। विस्थापन एक सदिश राशि है।

आइयें विस्थापन (displacement) को उदाहरण द्वारा समझते हैं।
जैसा चित्र में दिखाया गया है कि कोई व्यक्ति बिंदु A से पूर्व की ओर चलना प्रारंभ करता है और 8 मीटर चलकर बिंदु B से वह उत्तर की ओर 6मीटर चलकर बिंदु C पर पहुंच जाता है। व्यक्ति द्वारा चली गई दूरी में विस्थापन क्या है।



व्यक्ति द्वारा चली गई कुल दूरी = 8 + 6 = 14 मीटर है। लेकिन यह विस्थापन नहीं है। विस्थापन पाइथागोरस प्रमेय से ज्ञात करते हैं क्योंकि व्यक्ति द्वारा चली गई दूरी एक त्रिभुज की आकृति है तब

(विस्थापन)^2 = 8^2 + 6^2

(विस्थापन)^2 = 64 + 36

(विस्थापन)^2 = 100 या $(10)^2$

दोनों और वर्गमूल लेने पर

विस्थापन = 10 मीटर

अतः विस्थापन 10 मीटर है यह विस्थापन पूर्व-उत्तर दिशा में होगा। चूंकि विस्थापन में

परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह सदिश राशि है इसका मात्रक भी मीटर ही होता है।

अतः प्रश्न द्वारा स्पष्ट होता है कि विस्थापन का मान पथ पर निर्भर नहीं करता है प्रारंभिक और अंतिम बिंदुओं पर निर्भर करता है।

दूरी और विस्थापन में अंतर

क्रमांक	दूरी	विस्थापन
1	इसका मान पथ पर निर्भर करता है।	इसका मान वस्तु के प्रारंभिक और अंतिम बिंदुओं पर निर्भर करता है।
2	यह एक अदिश राशि है।	यह सदिश राशि है।
3	दूरी सदैव अशून्य संख्या ही होती है।	विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक व शून्य भी हो सकता है।
4	यदि वस्तु का विस्थापन शून्य होगा तो दूरी शून्य हो भी सकती है न भी हो सकती।	दूरी शून्य होने पर उसका विस्थापन शून्य ही होता है।
5	इसका मान विस्थापन के बराबर या उससे बड़ा होता है।	इसका मान दूरी के बराबर या उससे छोटा होता है।

चाल और वेग

कुछ छात्रों को यह भ्रम रहता है कि चाल और वेग दोनों एक समान ही राशियां हैं क्योंकि दोनों का मात्रक भी मीटर/सेकंड ही होता है। लेकिन यह दोनों राशियां एक-दूसरे से अलग हैं चाल का केवल परिमाण होता है जिस कारण यह अदिश राशि है। जबकि वेग में परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है। चाल और वेग को दूरी और विस्थापन के समान ही परिभाषित कर सकते हैं।

चाल

एकांक समय में किसी गतिशील वस्तु द्वारा तय की गई दूरी को चाल (speed) कहते हैं। जैसे हम कहें कि कोई वस्तु 50 किलोमीटर/घंटे की चाल से चल रही है तो इसका अर्थ है कि वह वस्तु 50 किलोमीटर की दूरी को 1 घंटे में तय कर रही है।
चाल को v द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। तब चाल का सूत्र निम्न होगा।

$$\boxed{\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}}$$

चाल का एस आई मात्रक मीटर/सेकंड होता है।यह एक अदिश राशि है। क्योंकि इसमें केवल परिमाण होता है दिशा नहीं होती। इसका विमीय सूत्र $[M^0LT^{-1}]$ होता है।
Note - गतिशील वस्तु की चाल धनात्मक व शून्य हो सकती है। लेकिन कभी भी ऋणात्मक नहीं होती है।

चाल के प्रकार

सामान्यतः चाल दो प्रकार की होती है लेकिन इसके दो अन्य प्रकार भी और हैं।
(1) औसत चाल
(2) तात्क्षणिक चाल
(3) एकसमान चाल
(4) असमान चाल

1. औसत चाल

किसी गतिशील वस्तु द्वारा तय की गई दूरी एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत चाल कहते हैं।

$$\text{औसतचाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

यदि Δt (t_2 - t_1) समय अंतराल में तय की गई कुल दूरी Δs (s_2 - s_1) हो तो

$$\text{औसतचाल} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

2. तात्क्षणिक चाल

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु की चाल को तात्क्षणिक चाल कहते हैं। यह चाल के समान ही होती है परंतु इसके लिए समय अंतराल बहुत कम होना चाहिए।

3. एकसमान चाल

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समय अंतराल में समान दूरी तय की जाती है तो वस्तु की चाल को एकसमान चाल कहते हैं।
जैसे कोई वस्तु 1 सेकंड में 10 मीटर तथा 2 सेकंड में 20 मीटर एवं 3 सेकंड में 30 मीटर चलती है। तो वस्तु की चाल एक समान चाल है क्योंकि प्रति सेकंड में वह 10 मीटर की दूरी तय कर रही है।

4. असमान चाल

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समय अंतराल में भिन्न-भिन्न दूरीयां तय की जाती है तो वस्तु की चाल को असमान चाल कहते हैं।
जैसे कोई कार 1 मिनट में 1 किलोमीटर तथा 2 मिनट में 15 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 25 किलोमीटर चलती है तो यह चाल असमान चाल है।

वेग

किसी वस्तु द्वारा एकांक समय में निश्चित दिशा में हुए विस्थापन को वस्तु का वेग (velocity) कहते हैं। अर्थात एकांक समय में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी को उसका वेग कहते हैं।

तब वेग का सूत्र

$$\text{वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}$$

अतः कोई गतिशील वस्तु 1 सेकंड में 1 मीटर विस्थापित होती है तो वस्तु का वेग 1 मीटर/सेकंड होगा।

वेग एक सदिश राशि है। क्योंकि इसमें परिमाण के साथ वस्तु की दिशा भी ज्ञात होती है वेग का मात्रक मीटर/सेकंड होता है एवं विमीय सूत्र $[M^0LT^{-1}]$ होता है।

वेग के प्रकार

वेग अनेक प्रकार के होते हैं लेकिन यहां चार प्रकार के वेग का वर्णन किया गया है।

(1) एकसमान वेग
(2) परिवर्ती या असमान वेग
(3) औसत वेग
(4) तात्क्षणिक वेग

1. एकसमान वेग

जब किसी गतिशील वस्तु का समान समय अंतराल में समान विस्थापन होता है तो वस्तु का वेग एकसमान वेग होता है।

2. असमान वेग

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समयांतराल में विस्थापन भिन्न-भिन्न होता है तो वस्तु का वेग असमान वेग या परिवर्ती वेग कहते हैं।

3. औसत वेग

किसी गतिशील वस्तु का कुल विस्थापन एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत वेग कहते हैं।

$$\text{औसतवेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

4. तात्क्षणिक वेग

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु के वेग को उसका तात्क्षणिक वेग कहते हैं।

$$\text{तात्क्षणिक वेग} = \frac{ds}{dt}$$

चाल और वेग में अंतर

क्रमांक	चाल	वेग
1	किसी वस्तु की चाल धनात्मक या शून्य हो सकती है ऋणात्मक नहीं होती है।	किसी वस्तु का वेग धनात्मक ऋणात्मक तथा शून्य कुछ भी हो सकता है।
2	यह एक अदिश राशि है चूंकि इसमें दिशा नहीं होती है।	यह एक सदिश राशि है इसमें वस्तु के परिमाण के साथ दिशा भी होती है।
3	इसका SI मात्रक मीटर/सेकंड होता है।	इसका भी SI मात्रक मीटर/सेकंड ही होता है।
4	इसका मान वेग के बराबर या उससे अधिक होता है।	वेग का मान चाल के बराबर या उससे कम होता है।
5	किसी समयांतराल के लिए चाल के मान अनेक हो सकते हैं।	किसी समयांतराल के लिए वेग का मान केवल एक ही दिशा में होता है।

गति के समीकरण

गति के समीकरण (equation of motion) को ज्ञात करने की दो विधियों है-

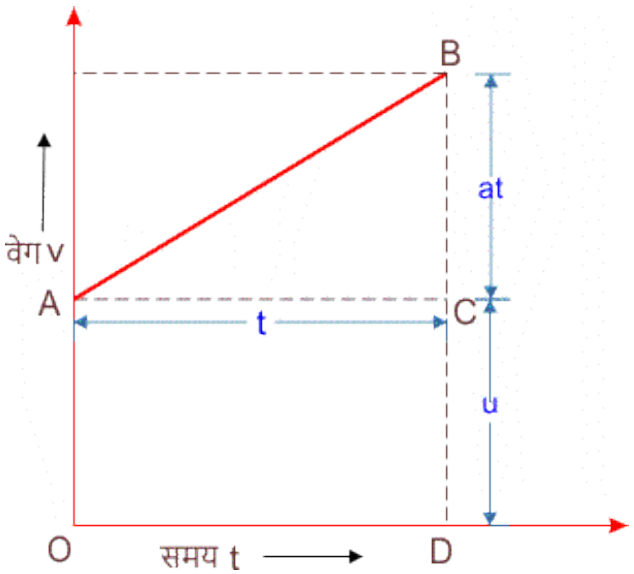
(1) ग्राफीय विधि

(2) कलन विधि

कलन विधि में समाकलन किया जाता है समाकलन के नियमों का प्रयोग करके निगमन करते हैं।

जबकि ग्राफीय विधि में ग्राफ बनाकर ज्यामिति के नियमों का प्रयोग करके गति के तीनो समीकरण का निगमन करते हैं।

1. ग्राफीय विधि द्वारा गति के समीकरण का निगमन



गति के समीकरण का निगमन ग्राफीय विधि से

माना कोई वस्तु प्रारंभिक वेग u तथा त्वरण a से चलना शुरु करती है t समय पश्चात वस्तु का वेग v हो जाता है।

गति का प्रथम समीकरण

माना वस्तु का समय t = 0 पर प्रारंभिक वेग u है जो चित्र में CD = AO से दर्शाया गया है। t समय पश्चात वस्तु का वेग v हो जाता है। तो

हम जानते हैं कि वेग समय ग्राफ की ढाल से वस्तु का त्वरण ज्ञात होता है तो वस्तु का त्वरण

a = सरल रेखा AB की ढाल

$$a = \frac{CB}{AC}$$

$$a = \frac{BD-CD}{AC}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$at = v - u$$

$$\boxed{v = u + at}$$

गति का द्वितीय समीकरण

गतिशील वस्तु द्वारा चली गई दूरी

s = समलंब चतुर्भुज BDOA का क्षेत्रफल

s = (त्रिभुज ABC + चतुर्भुज BDOA) का क्षेत्रफल

$$s = \frac{1}{2}(AC \times CB) + CD \times AC$$

$$s = \frac{1}{2}(t \times at) + u \times t$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + ut$$

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

गति का तृतीय समीकरण

प्रथम समीकरण v = u + at से

$$t = \frac{v-u}{a}$$

गतिशील वस्तु द्वारा t समय में चली गई दूरी

s = $\frac{1}{2}$ × (समांतर भुजाओं का योग × लंबवत दूरी)

s = $\frac{1}{2}$ × (OA × BD) × AC

s = $\frac{1}{2}$ × (u × v) × t

t का मान रखने पर

$s = \frac{1}{2} \times (u \times v) \times \left(\frac{v-u}{a}\right)$

2as = (v + u)(v - u)

सूत्र (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 से

2as = v^2 - u^2

या $\boxed{v^2 = u^2 + 2as}$

2. कलन विधि से गति के समीकरण

माना एक गतिशील वस्तु एकसमान त्वरण a से एक सरल रेखा में गति कर रही है t = 0 समय पर वस्तु का प्रारंभिक वेग u है एवं t समय पश्चात इसका वेग v हो जाता है। यदि t समय के में वस्तु का विस्थापन s है। तब गति के समीकरण -

➢ **गति का प्रथम समीकरण**

गतिशील वस्तु का त्वरण a = $\frac{dv}{dt}$

या dv = adt

समाकलन करने पर

$$\int_u^v dv = a\int_0^t dt$$

$$[v]_u^v = a[t]_0^t$$

v - u = a(t - 0)

v - u = at

$$\boxed{v = u + at}$$

➢ गति का द्वितीय समीकरण

वेग $v = \frac{ds}{dt}$

या ds = vdt

समाकलन करने पर

$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt$$

$$\int_0^s ds = (u + at)\int_0^t dt$$ (प्रथम समीकरण से)

$$\int_0^s ds = u\int_0^t dt + a\int_0^t t dt$$

समाकलन सूत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

$$[s]_0^s = u[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$$

$(s - 0) = u(t - 0) + a[t^2/2 - 0/2]$

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

➢ गति का तृतीय समीकरण

त्वरण $a = \frac{dv}{dt}$

ds से गुणा-भाग करने पर

$$a = \frac{ds}{ds} \times \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{ds}{dt} \times \frac{dv}{ds}$$

$$a = v\,\frac{dv}{ds} \quad \left(\text{चूंकि } v=\frac{ds}{dt}\right)$$

$$vdv = ads$$

समाकलन करने पर

$$\int_u^v vdv = a\int_0^s ds$$

समाकलन सूत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

$$\left[\frac{v}{2}\right]_u^v = a[s]_0^s$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} = a(s-0)$$

$$\frac{v^2 - u^2}{2} = as$$

$$\boxed{v^2 = u^2 + 2as}$$

त्वरण

किसी गतिशील वस्तु का वेग किसी समय अधिक होता है एवं किसी समय कम होता है। अर्थात वस्तु का वेग स्थिर नहीं रहता है। अतः वस्तु के वेग में परिवर्तन होता रहता है।

लेकिन वेग में परिवर्तन को समय के सापेक्ष या दूरी के सापेक्ष व्यक्त करें, यह समस्या बहुत पुरानी है। वैज्ञानिक गैलीलियो ने अध्ययन किया कि मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तुओं के लिए वेग परिवर्तन की दर का मान समय के सापेक्ष स्थिर रहता है। जबकि दूरी के सापेक्ष में परिवर्तन नहीं रहता है। तब त्वरण की इस प्रकार परिभाषा दी गई कि

"किसी गतिशील वस्तु के समय के सापेक्ष वेग परिवर्तन को त्वरण (acceleration) कहते हैं।" अर्थात जब किसी वस्तु का वेग समय के साथ बदलता है तो उसमें त्वरण हो रहा है।

कहीं-कहीं त्वरण यह short परिभाषा भी दी जाती है-
'किसी वस्तु के वेग परिवर्तन की दर को त्वरण कहती हैं।'

अतः $\boxed{\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग परिवर्तन}}{\text{समयांतराल}}}$

त्वरण में परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है। इसकी दिशा वही होती है जो वस्तु के वेग परिवर्तन की होती है।

तोरण का S.I. पद्धति में मात्रक मीटर/सेकंड^2 तथा C.G.S. पद्धति में मात्रक सेमी/सेकंड^2 होता है एवं त्वरण का विमीय सूत्र $[M^0LT^{-2}]$ होता है।

त्वरण के प्रकार

त्वरण गतिशील वस्तुओं में अनेक प्रकार से होता है जो निम्न प्रकार है -
(1) एकसमान त्वरण
(2) असमान या परिवर्ती त्वरण
(3) औसत त्वरण
(4) तात्क्षणिक त्वरण

1. *एकसमान त्वरण*

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग, समान समय अंतरालों में समान होता है तो वस्तु में उत्पन्न त्वरण को एकसमान त्वरण कहते हैं।

2. *परिवर्ती अथवा असमान त्वरण*

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग समान समयांतरालों में भिन्न-भिन्न होता है तो वस्तु में उत्पन्न त्वरण को असमान अथवा परिवर्ती त्वरण कहते हैं।

3. *औसत त्वरण*

किसी गतिशील वस्तु के वेग में हुए कुल परिवर्तन एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत त्वरण कहते हैं।

$$\text{औसत त्वरण} = \frac{\text{कुल वेग परिवर्तन}}{\text{कुल समय}}$$

यदि t_1 व t_2 क्षणों पर गतिशील वस्तु का वेग v_1 व v_2 है तो

$$\boxed{\text{औसत त्वरण} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

4. तात्क्षणिक त्वरण

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु के त्वरण को उसका तात्क्षणिक त्वरण कहते हैं।

धनात्मक तथा ऋणात्मक त्वरण

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग समय के साथ बढ़ता है तो उत्पन्न त्वरण को धनात्मक त्वरण कहते हैं। इसके विपरीत यदि वेग समय के साथ घटता है तो उत्पन्न त्वरण को ऋणात्मक या मन्दन त्वरणकहते हैं।

Note - किसी गतिशील वस्तु का त्वरण भी वेग के समान ही धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है।