भौतिकी

अध्याय-8: गुरुत्वाकर्षण

गुरुत्वाकर्षण

ब्रह्मांड का प्रत्येक कण दूसरे सभी कणों को अपनी ओर आकर्षित करता है। इस आकर्षण बल को गुरुत्वाकर्षण कहते हैं। अथवा ब्रह्मांड के किन्हीं दो पिंडों के मध्य गुरुत्व के कारण लगने वाले बल को गुरुत्वाकर्षण बल कहते हैं।
गुरुत्वाकर्षण अध्याय से कुछ महत्वपूर्ण बिंदु-

- सौरमंडल का सबसे छोटा ग्रह प्लूटो है।
- सौरमंडल का सबसे गर्म ग्रह बुध है चूंकि यह सूर्य के सबसे निकट है।
- सबसे ज्यादा उपग्रह बृहस्पति के हैं जो संख्या में 63 है। जबकि पृथ्वी का एक ही उपग्रह है चंद्रमा।
- पृथ्वी तल से ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता जाता है। एवं पृथ्वी तल से नीचे जाने पर भी गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता है।
- गुरुत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी के ध्रुवों पर अधिकतम तथा भूमध्य रेखा पर न्यूनतम होता है।
- गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक न्यूटन/किग्रा तथा विमीय सूत्र $[LT^{-2}]$ होता है।

ग्रह

आकाश में सूर्य के चारों ओर विभिन्न पिंड अपनी-अपनी कक्षाओं में घूमती रहती हैं इन आकाशीय पिंडों को ग्रह कहते हैं। सूर्य के नौ ग्रह हैं।
बुध ग्रह सूर्य के सबसे निकट है इसलिए यह सबसे गर्म ग्रह है जबकि बृहस्पति सौरमंडल का सबसे बड़ा ग्रह है।

गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता

पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र में किसी बिंदु पर रखे एकांक द्रव्यमान के पिंड पर आरोपित बल को उस बिंदु पर गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं। इसे । इसे प्रदर्शित करते हैं।

माना m द्रव्यमान की वस्तु पर लगने वाला बल d है तो

$$\boxed{I = \frac{F}{m}}$$

यह एक सदिश राशि है गुरुत्वीय क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक न्यूटन/किग्रा होता है एवं विमीय सूत्र $[LT^{-2}]$ होता है।

ग्रहों की गति संबंधी केप्लर के नियम

केप्लर ने सौर परिवार में सूर्य के चारों ओर परिक्रमा करने वाले ग्रहों की गति संबंधी निम्नलिखित तीन नियम दिए, जो निम्न प्रकार से हैं।

(1) कक्षाओं का नियम

(2) क्षेत्रीय चाल का नियम

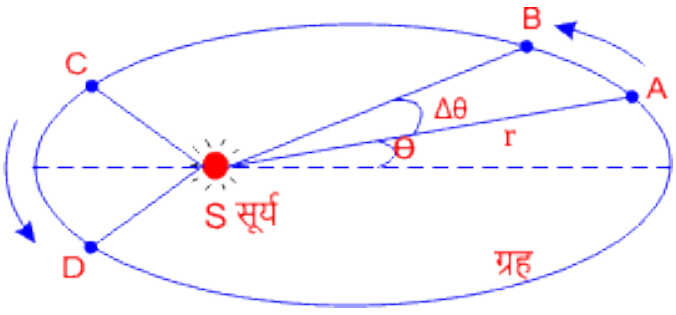
(3) परिक्रमण काल का नियम

1. प्रथम नियम (कक्षाओं का नियम)

प्रत्येक ग्रह सूर्य के परितः दीर्घ वृत्ताकार पथ पर गति करते हैं तथा सूर्य उस दीर्घ वृत्त के किसी एक फोकस पर होता है। विभिन्न ग्रहों की कक्षाएं भिन्न-भिन्न होती हैं। यह केप्लर का प्रथम नियम है इसे कक्षाओं का नियम (law of orbits) भी कहते हैं।

2. द्वितीय नियम (क्षेत्रीय चाल का नियम)

किसी ग्रह को सूर्य से मिलाने वाली रेखा बराबर समय अंतरालों में बराबर क्षेत्रफल पार करती है। अर्थात प्रत्येक ग्रह की क्षेत्रीय चाल नियत रहती है इसे केप्लर का द्वितीय नियम कहते हैं। एवं इसे क्षेत्रीय चाल का नियम (law of areal velocity) भी कहते हैं।



अतः चित्र द्वारा स्पष्ट होता है। कि जब ग्रह, सूर्य के नजदीक होता है तो उसकी चाल अधिकतम होती है। और जब ग्रह, सूर्य से दूर चला जाता है तो ग्रह की चाल न्यूनतम होती है। प्रस्तुत चित्र में ग्रह की कक्षा को ही दर्शाया गया है।

यदि कोई ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हुए एक निश्चित समयांतराल में कक्षा के बिंदु A से B बिंदु तक जाता है एवं उतनी ही समयांतराल में बिंदु C से D बिंदु तक जाता है तब इस नियम के अनुसार

ΔASB का क्षेत्रफल = ΔCSD का क्षेत्रफल

3. *तृतीय नियम (परिक्रमण काल का नियम)*

सूर्य के परितः किसी भी ग्रह का परिक्रमण काल का वर्ग उस ग्रह की दीर्घवृत्ताकार कक्षा के अर्द्ध दीर्घ अक्ष की तृतीय घात के अनुक्रमानुपाती होता है। इसे केप्लर का तृतीय नियम कहते हैं। तथा इसे परिक्रमण काल का नियम (law of periods) भी कहते हैं।

माना किसी ग्रह का सूर्य के चारों ओर परिक्रमण काल T है तथा इसकी दीर्घ वृत्ताकार कक्षा का अर्द्ध दीर्घ अक्ष a है तो इस नियम के अनुसार

$$\boxed{T \propto a^3}$$

केप्लर के नियम से न्यूटन के निष्कर्ष

केप्लर के दूसरे नियम के अनुसार, किसी ग्रह का क्षेत्रफलीय वेग नियत रहता है तब दीर्घ वृत्ताकार कक्षा में ग्रह का वेग नियत होगा।

अतः ग्रह पर केंद्र (सूर्य) की ओर एक अभिकेंद्र बल F लगता है तो

अभिकेंद्र बल $F = \frac{mv^2}{r}$

यहां m द्रव्यमान, v ग्रह का रेखीय वेग है तथा r वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या है।

यदि T ग्रह का आवर्तकाल हो तब

$v = \frac{2\pi r}{T}$

(चूंकि $v = r\omega \Rightarrow 2\pi rn \Rightarrow \frac{2\pi r}{T}$)

v का मान रखने पर अभिकेंद्र बल

$$F = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

$$F = \frac{m \times 4\pi^2 r}{kr^3}$$ (चूंकि $T \propto a^3 \Rightarrow ka^3$ से)

$$F = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)\left(\frac{m}{r^2}\right)$$

अतः $F \propto \frac{m}{r^2}$

इस प्रकार केप्लर के नियम से न्यूटन ने तीन निष्कर्ष निकाले

1. ग्रह पर एक बल कार्य करता है जिसकी दिशा सूर्य की ओर होती है।
2. यह बल ग्रह तथा सूर्य के बीच की औसत दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। $\left(F \propto \frac{1}{r^2}\right)$
3. यह बल ग्रह के द्रव्यमान के अनुक्रमानुपाती होता है। ($F \propto m$)

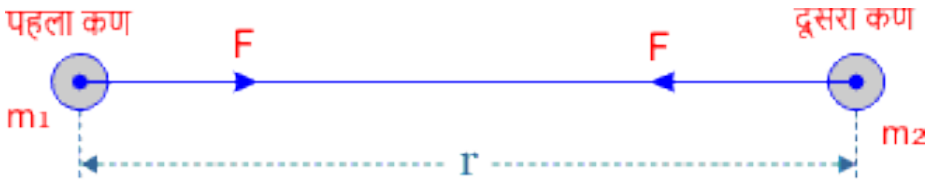
इस प्रकार हम देखते हैं कि केप्लर के नियम से न्यूटन ने तीन निष्कर्ष निकाले। यह तीनों निष्कर्ष $F \propto \frac{m}{r^2}$ सूत्र से ही बनाए गए हैं कोई अपने मन से नहीं है यहां प्रयोग किया गया बल अभिकेंद्र बल है।

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम

न्यूटन ने केप्लर के ग्रहों की गति संबंधी नियम से प्राप्त निष्कर्ष की व्याख्या करते हुए बताया कि ब्रह्मांड का प्रत्येक पिंड, किसी दूसरे पिंड को अपनी ओर आकर्षित करता है। इस आकर्षण के गुण को गुरुत्वाकर्षण कहते हैं।

न्यूटन ने गुरुत्वाकर्षण संबंधी एक नियम प्रस्तुत किया जिसे न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण का नियम (Newton's law of gravitation) कहते हैं।

इस नियम के अनुसार, किन्ही दो पिंडों (कणों) के बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल दोनों कणों के द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती होता है। एवं उनके कणों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।



माना दो कण जिनके द्रव्यमान m_1 व m_2 हैं। एक दूसरे से r दूरी पर हैं। यदि इनके बीच लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल F है।
तो इस नियमानुसार

$F \propto m_1 m_2$

तथा $F \propto \frac{1}{r^2}$

अतः $F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$

या $\boxed{F = G\frac{m_1 m_1}{r^2}}$

जहां एक G अनुक्रमानुपाती नियतांक है जिसे सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक कहते हैं। गुरुत्वाकर्षण बल की दिशा दोनों कणों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है।

सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक

यदि गुरुत्वाकर्षण की प्रक्रिया में भाग लेने वाले दोनों कणों के द्रव्यमान समान तथा एकांक हों एवं उनके बीच की दूरी भी एकांक हो तो

$m_1 = m_2 = 1$ एवं $r = 1$

तब $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

$\boxed{F = G}$

अतः एकांक दूरी पर रखे दो एकांक द्रव्यमानों के कणों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल उसके सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक के बराबर होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक **G** का मात्रक

सूत्र $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ से

$G = F\frac{r^2}{m_1 m_2}$

यदि दूरी मीटर में, द्रव्यमान किग्रा में, तथा बल न्यूटन में हो तो सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक का एस आई मात्रक न्यूटन-मीटर^2/किग्रा^{2} होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का विमीय सूत्र

$G = \frac{\text{न्यूटन}-\text{मीटर}^2}{\text{किग्रा}^2}$ से

$G = \frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[M^2]}$ से

$G = [M^{-1}L^3T^{-2}]$

अतः गुरुत्वाकर्षण नियतांक का विमीय सूत्र $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ होता है।

गुरुत्वाकर्षण नियतांक **G** *का मान*

G का मान कणों की प्रकृति, द्रव्यमान, माध्यम तथा ताप एवं समय आदि पर निर्भर नहीं करता है। इसी कारण से इसे सार्वत्रिक नियतांक G कहते हैं।
प्रयोग द्वारा गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का मान 6.67×10^{-11} न्यूटन-मीटर^2/किग्रा^{2} प्राप्त किया गया है। यह एक अदिश राशि है।

G के मान से इसका अर्थ निकलता है।
कि 1 मीटर की दूरी पर रखे दो 1-1 किग्रा द्रव्यमान के पिंड के बीच 6.67×10^{-11} न्यूटन का आकर्षण बल लगता है।

आशा करते हैं कि न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम संबंधी एवं सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक से संबंधित यह अध्याय आपको पसंद आया होगा। अगर आपको कोई परेशानी हो तो हमें कमेंट के माध्यम से बताएं।

गुरुत्वीय त्वरण g

गुरुत्व (**gravity)**

पृथ्वी द्वारा किसी वस्तु को अपने केंद्र की ओर आकर्षित करने को उसका गुरुत्व भी कहते हैं।
वास्तव में गुरुत्व, गुरुत्वाकर्षण का ही एक विशिष्ट उदाहरण है।

गुरुत्वीय त्वरण

पृथ्वी की ओर मुक्त रूप से गिरती किसी वस्तु के वेग में प्रति सेकंड से होने वाली वृद्धि को पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण (acceleration due to gravity) कहते हैं। इसे g से प्रदर्शित करते हैं।
गुरुत्वीय त्वरण का मान वस्तु के आकार, द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है यह केवल वस्तु के स्थान पर निर्भर करता है।
यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान m हो तो उस पर आरोपित गुरुत्वीय बल
$F = mg$

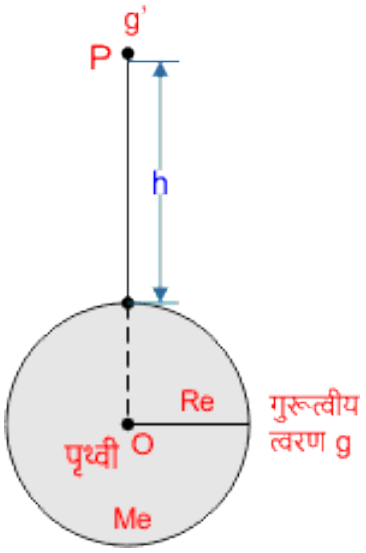
जहां g गुरुत्वीय त्वरण है तो

$$\boxed{g = \frac{F}{m}}$$

अतः गुरुत्वीय त्वरण का मात्रक मीटर/सेकंड^2 अथवा न्यूटन/किग्रा होता है। एवं विमीय सूत्र [LT^{-2}] है गुरुत्वीय त्वरण एक सदिश राशि है।

पृथ्वी तल से ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण **g** का मान

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पृथ्वी तल पर गुरुत्वीय त्वरण
$g = G\frac{M_e}{R_e^2}$ समी.①



यदि पृथ्वी तल से h ऊंचाई पर गुरुत्वीय त्वरण g' है जैसा चित्र में दिखाया गया है तो

$g' = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$ समी.②

समी.② को समी.① से भाग देने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e^2}{R_e^2(1+h/R_e)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{1}{(1+h/R_e)^2}$$

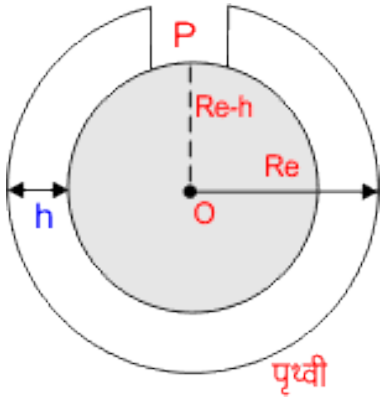
$$g' = \frac{g}{(1+h/R_e)^2}$$

अर्थात $\boxed{g' < g}$

अतः समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि पृथ्वी तल से ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान घटता है।

पृथ्वी तल से **नीचे** जाने पर गुरुत्वीय त्वरण **g** का मान

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पृथ्वी सतह पर गुरुत्वीय त्वरण $g = G\frac{M_e}{R_e^2}$ समी.①



यदि हम पृथ्वी में सुरंग बनाकर h गहराई नीचे चले जाते हैं तो यह पृथ्वी (R_e - h) त्रिज्या की रह जाएगी। एवं पृथ्वी का द्रव्यमान M'_e हो जाता है। यदि h गहराई पर गुरुत्वीय त्वरण g' है तो

$g' = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$ समी.②

समी.② को समी. ① से भाग देने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM'_e}{(R_e-h)^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{M'_e R_e^2}{M'_e(R_e-h)^2}$$

यदि पृथ्वी का घनत्व ρ है तो

$M_e = \frac{4}{3}\pi R_e^3 \rho$

(चूंकि पृथ्वी गोल है इसलिए यह गोले का घनत्व है जहां R_e त्रिज्या है।)

तथा $M'_e = \frac{4}{3}\pi(R_e - h)^3\rho$

अतः M_e तथा M'_e का मान रखने पर

$$\frac{g'}{g} = \frac{4/3\pi(R_e - h)^3 \rho R_e^2}{4/3\pi R_e^3 \rho (R_e - h)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{R_e - h}{R_e}$$

$$\frac{g'}{g} = (1 - \frac{h}{R_e})$$

$$g' = g(1 - \frac{h}{R_e})$$

अर्थात $\boxed{g' < g}$

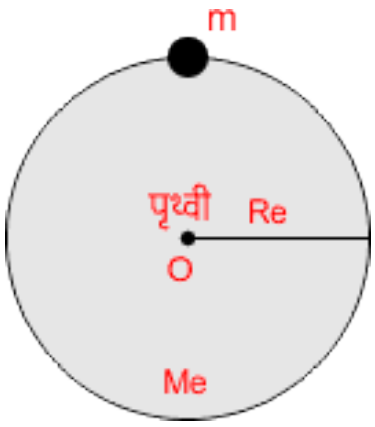
अतः इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि पृथ्वी तल से नीचे जाने पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान घटता है।

गुरुत्वीय त्वरण के मान में परिवर्तन

1. गुरुत्वीय त्वरण g का मान पृथ्वी के ध्रुवो पर अधिकतम होता है।
2. गुरुत्वीय त्वरण g का मान भूमध्य रेखा पर न्यूनतम होता है।
3. पृथ्वी के केंद्र पर गुरुत्वीय त्वरण का मान शून्य होता है।
4. पृथ्वी सतह से नीचे तथा ऊपर जाने पर गुरुत्वीय त्वरण का मान घटता है।

G तथा g में संबंध

सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक G तथा गुरुत्वीय त्वरण g में संबंध क्या है इस अध्याय में स्थापित करेंगे। g and G relation



माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है जैसे चित्र से स्पष्ट है। माना पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान की कोई वस्तु है। यदि पृथ्वी का द्रव्यमान उसके केंद्र पर केंद्रित है तो इस स्थिति में,

पृथ्वी द्वारा वस्तु पर लगाया गया आकर्षण बल

$$F = G\frac{M_e m}{R_e^2} \quad \text{समी.①}$$

यदि पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण g हो तो m द्रव्यमान की वस्तु पर लगने वाला गुरुत्व बल

$$F = mg \quad \text{समी.②}$$

समी.① व समी.② से

$$F = F$$

$$mg = G\frac{M_e m}{R_e^2}$$

$$\boxed{g = G\frac{M_e}{R_e^2}}$$

यही g तथा G में संबंध है इस सूत्र में m प्राप्त नहीं होता है इस प्रकार स्पष्ट होता है कि गुरुत्वीय त्वरण का मान वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

गुरुत्वीय विभव

एकांक द्रव्यमान को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र के अंतर्गत किसी बिंदु O तक लाने में किए गए कार्य को उस बिंदु पर गुरुत्वीय विभव कहते हैं।

यदि m द्रव्यमान की किसी वस्तु को गुरुत्वीय क्षेत्र के किसी बिंदु तक लाने में किया गया कार्य W हो तो गुरुत्वीय विभव

$$\boxed{v = -\frac{W}{m}}$$

चूंकि यह कार्य हमें स्वयं ही प्राप्त हो रहा है इसलिए यह ऋणात्मक होता है। अतः गुरुत्वीय विभव सदैव ऋणात्मक ही होता है। क्योंकि यह हमें करना नहीं पड़ता, स्वयं ही प्राप्त हो जाता है।

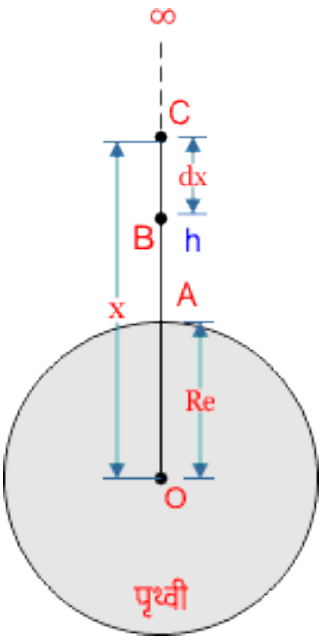
गुरुत्वीय विभव का मात्रक जूल/किग्रा होता है। एवं विमीय सूत्र $[L^2T^{-2}]$ है। गुरुत्वीय विभव एक अदिश राशि है।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

किसी पिंड को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र के अंतर्गत किसी बिंदु O तक लाने में किए गए कार्य को उस बिंदु पर उस वस्तु की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं। इसे U से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक जूल होता है तथा विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ है। यह एक अदिश राशि है।

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा सदैव ऋणात्मक (-) ही होती है क्योंकि इसमें पिंड को अनंत से गुरुत्वीय क्षेत्र तक लाने में कार्य नहीं करना पड़ता है बल्कि स्वयं ही प्राप्त हो जाता है। इस कारण इसका मान सदैव ऋणात्मक ही होता है।

पृथ्वी पर किसी पिंड की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा



माना पृथ्वी के केंद्र से x दूरी पर m द्रव्यमान का एक पिंड, बिंदु C पर स्थित है। जिसकी O से दूरी x है। यदि पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पिंड पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

$$F = G\frac{M_e m}{R_e^2}$$

अब यदि पिंड को बिंदु C से बिंदु B तक dx विस्थापित करने में पिंड पर किया गया कार्य W हो तो

$W = F \cdot dx$

$W = G\frac{M_e m}{x^2}\, dx$

इसी प्रकार पिंड को अनंत से पृथ्वी सतह A तक लाने में किया गया कार्य

$W = \int_{R_e}^{\infty} \frac{GM_e m}{x^2}\, dx$

$W = GM_e m\left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_{R_e}^{\infty}$

$W = GM_e m\left[-\frac{1}{x}\right]_{R_e}^{\infty}$

$W = GM_e m\left[-\frac{1}{x}\right] + \frac{1}{R_e}$

$W = GM_e m\frac{1}{R_e}$

$W = \frac{GM_e m}{R_e}$

गुरुत्वीय बल द्वारा पिंड को अनंत से पृथ्वी तल तक लाने में किया गया कार्य ही पिंड में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाती है। जिसे गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

अतः पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान के पिंड की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा इस कार्य के ऋणात्मक मान के बराबर होगी। तब

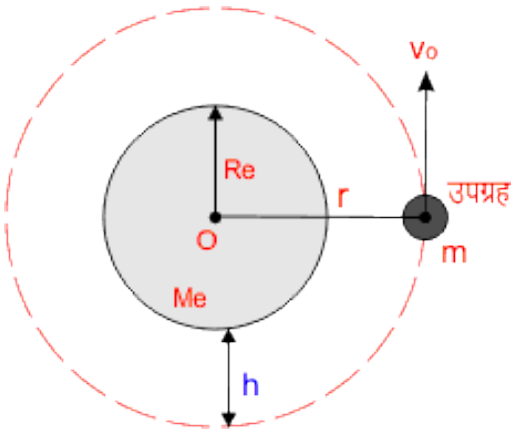
U = -W

$$\boxed{U = -G\frac{M_e m}{R_e}}$$

उपग्रह का कक्षा वेग/चाल

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है पृथ्वी सतह से h ऊंचाई पर एक उपग्रह है जिसका द्रव्यमान m है। यह उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर वृत्तीय कक्षा में परिक्रमण कर रहा है तो पृथ्वी द्वारा उपग्रह पर लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

$F = G\frac{M_e m}{r^2}$ समी.①



चूंकि उपग्रह पृथ्वी के चारों ओर एक वृत्तीय पथ पर गति कर रहा है तो उस पर लगने वाला अभिकेंद्र बल

$F = \frac{mv_o}{r}$ समी.②

समी.① व समी.② से

$\frac{mv_o}{r} = G\frac{M_e m}{r^2}$

$v_o^2 = G\frac{M_e}{r}$

$v_o = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$

लेकिन $r = R_e + h$ है तं

$v_o = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e+h}}$

यदि पृथ्वी सतह पर गुरुत्वीय त्वरण g है तब

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$GM_e = gR_e^2$$

अब GM_e का मान उपरोक्त समीकरण में रखने पर

$$v_o = \sqrt{\frac{gR_e^2}{R_e+h}}$$

$$\boxed{v_o = \sqrt{R_e^2 \frac{g}{R_e + h}}}$$

यदि कोई उपग्रह पृथ्वी तल से इतने समीप है कि R_e की तुलना में h को शून्य (नगण्य) मान सकते हैं तो

$$v_o = \sqrt{\frac{gR_e^2}{R_e}}$$

$$\boxed{v_o = \sqrt{gR_e}}$$

यही कक्षीय वेग/चाल का सूत्र है कक्षीय वेग का मान उपग्रह के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है यह उपग्रह की ऊंचाई पर निर्भर करता है। उपग्रह की ऊंचाई बढ़ाने पर कक्षीय वेग का मान घटता है। कक्षीय वेग (orbital speed of satellite) को v_o से प्रदर्शित करते हैं।

कक्षीय वेग का मान

सूत्र $v_o = \sqrt{gR_e}$ से

पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण g = 9.8 मीटर/सेकंड^2 तथा पृथ्वी की त्रिज्या $R_e = 6.4 \times 10^6$ मीटर होती है तो कक्षीय वेग का मान

$v_o = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6}$

v_o = 7919.6 मीटर/सेकंड

v_o = 7.92 किमी/सेकंड

या $\boxed{v_o = \sqrt{8 \text{ किमी/सेकंड}}}$

अतः कक्षीय वेग का मान 8 किमी/सेकंड होता है।

परिक्रमण काल (**period of revolution of satellite)**

यदि उपग्रह का परिक्रमण काल T है एवं इसकी पृथ्वी के केंद्र से दूरी r है तो उपग्रह के परिक्रमण काल का सूत्र

$T = \frac{\text{उपग्रह की परिधि}}{\text{कक्षीय चाल}}$

$T = \frac{2\pi r}{v_o}$

चूंकि $r = R_e + h$ तथा v_o का मान रखने पर

$T = \frac{2\pi(R_e+h)}{\sqrt{GM_e/r}}$

$T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_e}} \times r^{3/2}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{GM_e}}}$$

परंतु $GM_e = gR_e^2$ रखने पर

$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{gR_e^2}}$

अथवा $$\boxed{T = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{g}}}$$

यदि उपग्रह, पृथ्वी के अति समीप है तो h<<R

अत: h को नगण्य मानने पर

$T = 2\pi \sqrt{\frac{R_e^3}{gR_e^2}}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_e}{g}}}$$

यह उपग्रह के परिक्रमण काल का सूत्र है। उपग्रह का परिक्रमण काल, उपग्रह की ऊंचाई h पर निर्भर करता है h बढ़ाने पर T का मान बढ़ जाता है।

परिक्रमण काल का मान

सूत्र $T = 2\pi \sqrt{\frac{R_e}{g}}$ से

g = 9.8 मीटर/सेकंड^2 तथा पृथ्वी की त्रिज्या $R_e = 6.4 \times 10^6$ मीटर रखने पर परिक्रमण काल

$T = 2\pi \sqrt{\frac{6.4\times10^6}{9.8}}$

T = 5079 सेकंड

या $\boxed{T = 84.6 \text{ मिनट}}$

अत: परिक्रमण काल का मान 84.6 मिनट होता है।

भू-तुल्यकाली/स्थैतिक उपग्रह

पृथ्वी के चारों ओर परिक्रमा कर रहे किसी उपग्रह का वह वृत्तीय पथ (कक्षा) जिस पर वह पृथ्वी के समान ही 24 घंटे में परिक्रमा करता है। एवं इसके घूर्णन की दिशा पश्चिम से पूर्व ही होती है। तो इस प्रकार की कक्षा को भू तुल्यकाली कक्षा कहते हैं। तथा इस कक्षा में परिक्रमण कर रहे उपग्रह को भू-तुल्यकाली उपग्रह (geo synchronous satellite) कहते हैं। भू तुल्यकाली उपग्रह का उपयोग संचार क्षेत्र में किया जाता है।

भू तुल्यकाली उपग्रह का परिक्रमण काल 24 घंटे होता है अर्थात यह उपग्रह पृथ्वी के परितः अपनी कक्षा में एक चक्कर पूरा करने में 24 घंटे का समय लेते हैं।

भू तुल्यकाली उपग्रह को भू स्थैतिक उपग्रह भी कहते हैं। क्योंकि यह उपग्रह पृथ्वी के समान चाल से ही तथा घूर्णन दिशा भी एक जैसी ही होती है जिस कारण पृथ्वी तल के किसी बिंदु के सापेक्ष यह उपग्रह स्थित प्रतीत होता है इसी कारण इसे भू स्थैतिक उपग्रह कहते हैं।

सूत्र आवर्तकाल

$T = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{g}}$ से

इससे हम भू-तुल्यकाली उपग्रह की पृथ्वी से ऊंचाई ज्ञात करेंगे।

चूंकि T = 24 घंटे = 24 × 3600 सेकंड

$R_e = 6.4 \times 10^6$ मीटर

g = 9.8 मीटर/सेकंड^2 तो

$24 \times 3600 = \frac{2\pi}{6.4\times10^6}\sqrt{\frac{(6.4\times10^6+h)^3}{9.8}}$

हल करने के पश्चात

$\boxed{h = 36000\text{किमी.}}$

अतः भू तुल्यकाली उपग्रह की पृथ्वी तल से ऊंचाई 36000 किलोमीटर होती है।

भू तुल्यकाली (स्थैतिक) उपग्रह की विशेषताएं

1. इसका परिक्रमण काल पृथ्वी के समान ही 23 घंटे 56 मिनट 4 सेकंड (24 घंटे) ही होता है।
2. यह उपग्रह पृथ्वी तल से 36000 किलोमीटर की ऊंचाई पर स्थित होते हैं।
3. यह उपग्रह अपनी धूरी पर पश्चिम से पूरब की ओर परिक्रमण करते हैं।
4. यह उपग्रह लगभग 42200 किलोमीटर त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में परिक्रमा करते हैं।

ध्रुवीय उपग्रह

वह उपग्रह जिनकी ऊंचाई पृथ्वी तल से काफी कम होती है। एवं जो अपनी धूरी पर पृथ्वी के परितः उत्तर ध्रुव से दक्षिण ध्रुव की ओर जाते हैं। अर्थात यह उत्तर-दक्षिण ध्रुव में परिक्रमा करते हैं। इस प्रकार के उपग्रह को ध्रुवीय उपग्रह (polar satellite) कहते हैं। एवं जिस कक्षा में ध्रुवीय उपग्रह परिक्रमा करते हैं उसे ध्रुवीय कक्षा कहते हैं।
ध्रुवीय उपग्रह का आवर्तकाल लगभग 100 मिनट होता है।

ध्रुवीय उपग्रह की विशेषताएं

1. इसका परिक्रमण काल 100 मिनट के लगभग होता है।
2. यह पृथ्वी तल से लगभग 500 से 800 किलोमीटर की ऊंचाई पर स्थित होते हैं।
3. यह उपग्रह अपनी कक्षा में उत्तर से दक्षिण ध्रुव की ओर परिक्रमण करते हैं।

ध्रुवीय उपग्रह का उपयोग

1. इसका उपयोग मौसम की जानकारी तथा जासूसी में किया जाता है।
2. पृथ्वी की सतह देखने तथा सैन्य परीक्षण में।
3. मानचित्र, जलवायु परिवर्तन में जानकारी तथा भू-भाग का भौगोलिक दृश्य में इसका उपयोग होता है।

पलायन वेग

जब हम पृथ्वी तल से किसी पिंड को ऊपर की ओर फेंकते हैं तो वह पिंड कुछ ऊंचाई पर जाने के पश्चात नीचे लौट आता है। अर्थात् वह न्यूनतम वेग जिससे किसी पिंड को पृथ्वी तल से ऊपर की ओर फेंकने पर वह पिंड पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र से बाहर निकल जाए, और वापस पृथ्वी पर न आ सके। तो पिंड के इस वेग को पलायन वेग (escape velocity) कहते हैं। इसे v_e से प्रदर्शित करते हैं। इसे पलायन चाल भी कहते हैं।

पलायन ऊर्जा

पलायन वेग वह न्यूनतम वेग होता है जिससे किसी पिंड को पृथ्वी तल से फेंकने पर वह पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र से बाहर निकल जाता है और पृथ्वी पर कभी वापस नहीं आता है

पलायन वेग से फेंकने के लिए पिंड को दी गई गतिज ऊर्जा को पलायन ऊर्जा (escape energy) कहते हैं।

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है एवं पृथ्वी से फेंके गए पिंड का द्रव्यमान m है तो पलायन ऊर्जा का सूत्र निम्न होगा।

पलायन ऊर्जा $\boxed{U = \frac{GM_em}{R_e}}$

पलायन वेग का सूत्र (व्यंजक)

माना पृथ्वी का द्रव्यमान M_e तथा त्रिज्या R_e है तो पृथ्वी तल पर स्थित m द्रव्यमान के पिंड की स्थितिज ऊर्जा

$U = \frac{GM_em}{R_e}$

अर्थात पिंड को पृथ्वी तल से अनंत पर भेजने के लिए $\frac{GM_em}{R_e}$ कार्य करना होगा। यदि पिंड को $\frac{GM_em}{R_e}$ गतिज ऊर्जा दे दी जाए, तो वह पिंड अनंत पर चला जाएगा। अर्थात पिंड सदैव के लिए पलायन कर जाएगा। यही पिंड की पलायन ऊर्जा होगी। अतः

पलायन ऊर्जा = $\frac{GM_em}{R_e}$

यह पलायन ऊर्जा पिंड की गतिज ऊर्जा के बराबर होगी तो

$\frac{GM_em}{R_e} = \frac{1}{2}mv_e^2$

$v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$

अब $GM_e = gR_e^2$ रखने पर

$v_e = \sqrt{\frac{2gR_e^2}{R_e}}$

$v_e = \sqrt{2gR_e}$

$\boxed{v_e = \sqrt{2gR_e}}$

यही पलायन वेग का सूत्र है। पलायन वेग पिंड के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है यह ग्रह की त्रिज्या तथा गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर करता है।

पलायन वेग का मान

सूत्र $v_e = \sqrt{2gR_e}$ से

पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण g = 9.8 मीटर/सेकंड^2 तथा त्रिज्या $R_e = 6.4 \times 10^6$ मीटर

तो पलायन वेग $v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6}$ मीटर/सेकंड^2

$\boxed{v_e = 11.2}$ किमी/सेकंड

पलायन वेग का मान 11.2 किलोमीटर/सेकंड होता है।

पलायन वेग तथा कक्षीय वेग में संबंध

पृथ्वी के निकट किसी उपग्रह का कक्षीय वेग $v_o = \sqrt{gR_e}$ समी.①

पृथ्वी तल से फेंकी गई किसी वस्तु का पलायन वेग $v_e = \sqrt{2gR_e}$ समी.②

समी.② से समी.① को भाग देने पर

$$\frac{v_o}{v_e} = \frac{\sqrt{gR_e}}{\sqrt{2gR_e}}$$

$$\frac{v_o}{v_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{gR_e}}{\sqrt{gR_e}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2}v_o}$$

यही कक्षीय वेग और पलायन वेग में संबंध है।

अतः पृथ्वी के निकट परिक्रमा कर रहे उपग्रह की कक्षीय चाल में अगर $\sqrt{2}$ की बढ़ोतरी हो जाए, तो वह उपग्रह अपनी कक्षा छोड़कर पलायन कर जाएगा और कभी वापस लौटकर पृथ्वी पर नहीं आएगा।