भौतिकी

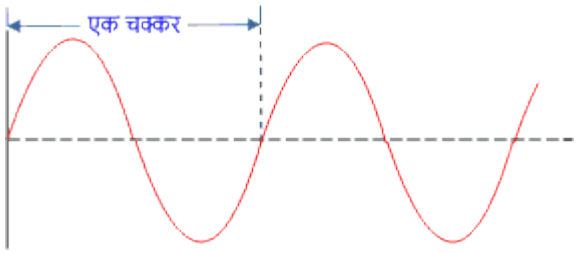
अध्याय-14: दोलन गति

दोलन गति

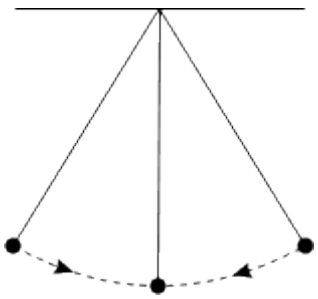
जब कोई पिंड एक निश्चित पथ पर किसी स्थिर बिंदु के इधर-उधर एक नियत समय में अपनी गति को बार-बार दोहराता है तो पिंड की इस गति को दोलन गति (oscillatory motion) कहते है। इसे कंपन गति भी कहते हैं।

दोलन गति के उदाहरण

1. जब हम किसी रस्सी को दीवार से बांधकर रस्सी के दूसरे सिरे को हाथ से हिलाते हैं। तो रस्सी में कंपन उत्पन्न हो जाते हैं। अर्थात् रस्सी एक निश्चित समय में अपनी गति को बार-बार ऊपर-नीचे दोहराती है। अतः रस्सी की यह गति दोलन गति है।



2. जब किसी रस्सी से पत्थर बांधकर उसके दूसरे सिरे को किसी वस्तु से बांध देते हैं। एवं अब पत्थर को हिलाते हैं तो पत्थर एक निश्चित बिंदु के इधर-उधर निश्चित समय में बार-बार अपनी गति को दोहराता रहता है। अतः पत्थर की यह गति दोलन गति है। चित्र सहित स्पष्ट है।



3. अन्य उदाहरण - हमारे घरों में लगे घंटे की सूइयों की गति, सरल लोलक की गति, सिलाई मशीन की सुई की गति आदि।

प्रत्येक दोलन गति आवश्यक रूप से आवर्ती गति होती है। परंतु प्रत्येक आवर्त गति, दोलन गति हो यह आवश्यक नहीं है। जैसे -

पृथ्वी सूर्य के चारों ओर आवर्ती गति करती है। दोलन गति नहीं करती। क्योंकि पृथ्वी की गति किसी निश्चित बिंदु के इधर-उधर नहीं होती है।

आवर्त गति

जब कोई पिंड किसी निश्चित पथ पर अपनी गति को एक निश्चित समयांतराल में बार-बार दोहराता है तो पिंड की इस गति को आवर्त गति (periodic motion) कहते हैं।
आवर्त गति में प्रयोग होने वाले समय अंतराल को आवर्तकाल कहते हैं। अर्थात वह समय अंतराल जिसके बाद वस्तु की गति की पुनरावृत्ति होती है आवर्तकाल कहते हैं।

आवर्त गति उदाहरण

1. सूर्य की परिक्रमा करती हुई पृथ्वी की गति आवर्त गति है जिसका आवर्तकाल 1 वर्ष होता है।
2. घंटे में घूमती सूइयों की गति आवर्त गति है। सेकंड वाली सुई का आवर्तकाल 1 मिनट, मिनट वाली सुई का 1 घंटा तथा घंटे वाली सुई का आवर्तकाल 12 घंटे होता है।
3. पृथ्वी के चारों ओर परिक्रमा करते चंद्रमा की गति आवर्त गति का उदाहरण है। जिसका आवर्तकाल 27.3 दिन होता है।

सरल आवर्त गति

जब कोई पिंड साम्य स्थिति के इधर-उधर एक सरल रेखा में गति करता है तो पिंड की इस गति को सरल आवर्त गति (simple harmonic motion) कहते हैं।
सरल आवर्त गति में पिंड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल प्रत्येक स्थिति में पिंड के विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है।
यदि पिंड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल F तथा विस्थापन d हो तो

$F \propto d$

$$\boxed{F = -kd}$$

जहां k एक नियतांक है जिसे बल नियतांक कहते हैं ऋणात्मक चिन्ह से पता चलता है कि बल की दिशा सदैव विस्थापन के विपरीत होती है।

एकसमान वृत्तीय गति के रूप में सरल आवर्त गति

जब कोई पिंड किसी वृत्त की परिधि पर एकसमान कोणीय वेग से गति करता है तो पिंड से वृत्त के व्यास पर खींचे गए लंब के पाद की गति को सरल आवर्त गति कहते हैं।

सरल आवर्त गति की विशेषताएं

- पिंड की गति सीधी सरल रेखा में किसी स्थिर बिंदु के इधर-उधर होती है।
- सरल आवर्त गति करते हुए पिंड का वेग अधिकतम होता है।
- पिंड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है।
- इन पर लगने वाले बल की दिशा सदैव स्थिर बिंदु की ओर होती है।
- पिंड पर त्वरण शून्य होता है।

सरल आवर्त गति का विस्थापन समीकरण

माना एक कण P , a त्रिज्या के एक वृत्तीय पथ पर चक्कर लगा रहा है। माना कण बिंदु B से चलना प्रारंभ करता है तथा t सेकंड में कण, θ कोण घूम जाता है। यदि कण का कोणीय वेग ω है तो

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

या $\theta = \omega t$

यदि t सेकंड में प्रक्षेप N का मूलबिंदु O से विस्थापन y है तो

$$\sin\theta = \frac{y}{a}$$

या $y = a\sin\theta$

θ का मान प्रस्तुत समीकरण में रखने पर

$$\boxed{y = a\sin\omega t}$$

यह सरल आवर्त गति का विस्थापन समीकरण है।

सरल आवर्त गति संबंधी परिभाषाएं

1. आयाम

सरल आवर्त गति में विस्थापन के अधिकतम मान को उसका आयाम कहते हैं। इसे a से प्रदर्शित करते हैं।

2. आवृत्ति

एक सेकंड में कण द्वारा किए गए कंपनों की संख्या को उसकी आवृत्ति कहते हैं। इसे n से दर्शाया जाता है।

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

3. आवर्तकाल

सरल आवर्त गति में सर द्वारा एक कंपन को पूरा करने में लगे समय को उसका आवर्तकाल कहते हैं। इसे T से प्रदर्शित करते हैं।

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

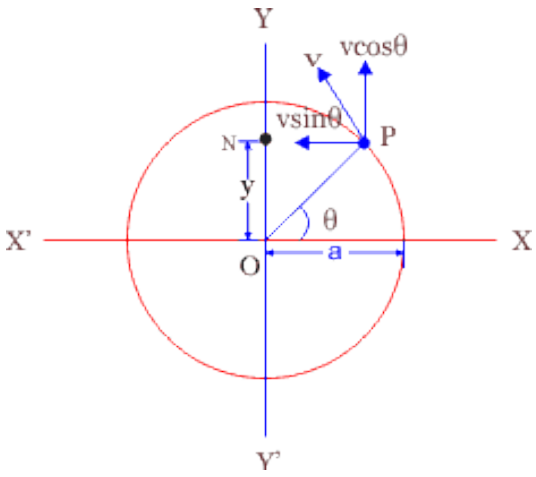
4. सरल आवर्त गति का विस्थापन समीकरण

$y = a\sin(\omega t + \Phi)$

जहां Φ कण की प्रारंभिक कला है।

सरल आवर्त गति में कण का वेग

मानव को एण वृत्त की परिधि पर गति कर रहा है तो उसके वेग v को दो घटकों में वियोजित कर सकते हैं।



सरल आवर्त गति

क्षैतिज घटक = vsinθ

ऊर्ध्वाधर घटक = vcosθ

यह ऊर्ध्वाधर घटक = vcosθ कण की गति N के समांतर है। अतः सरल आवर्त गति में कण का वेग u हो तो

u = vcosθ

θ = ωt तथा v = rω रखने पर

u = aωcosωt

$u = a\omega\sqrt{cos^2\omega t}$

$u = a\omega\sqrt{1 - sin^2\omega t}$

चूंकि y = asinωt तब $sin\omega t = \frac{y}{a}$ से

$u = a\omega\sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}}$

$u = a\omega \times \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{a}$

$$\boxed{u = \omega\sqrt{a^2 - y^2}}$$

यह सरल आवर्त गति करते हुए पिंड के वेग का सूत्र है।

सरल आवर्त गति में कण का त्वरण

जब कोई कण किसी वृत्त की परिधि पर गति करता है तो उस पर एक अभिकेंद्र बल कार्य करता है इस बल को दो घटकों में वियोजित करने पर

क्षैतिज घटक = $\frac{v^2}{a}\cos\theta$

ऊर्ध्वाधर घटक = $\frac{v^2}{a}\sin\theta$

तो u = – $\frac{v^2}{a}\sin\theta$

y = asinθ से sinθ = $\frac{y}{a}$ रखने पर

u = – $\frac{v^2}{a} \times \frac{y}{a}\sin\theta$

u = – $\frac{v^2}{a} \times y\sin\theta$

u = – $\omega^2 y$

या $\boxed{\text{त्वरण} \propto \text{विस्थापन}}$

स्प्रिंग

जब किसी पिंड के किसी लटके हुए स्प्रिंग के निचले सिरे से बांध दिया जाता है तो पिंड के भार के कारण वह स्प्रिंग नीचे की ओर झुकने लगता है। अर्थात स्प्रिंग की लंबाई में वृद्धि हो जाती है। तो स्प्रिंग का आवर्तकाल

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

जहां m – वस्तु का द्रव्यमान

k – बल नियतांक

T – आवर्तकाल

चूंकि आवृत्ति n = $\frac{1}{T}$ हो तो

$$\boxed{n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

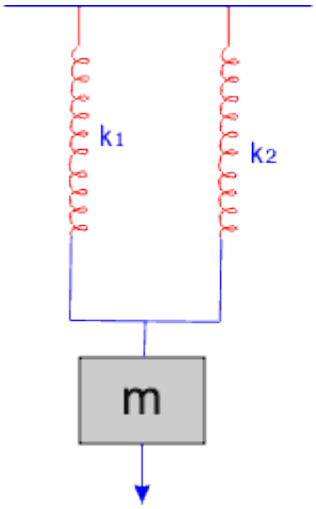
या $2\pi n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

चूंकि $\omega = 2\pi n$ होता है तब

कोणीय वेग $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

स्प्रिंग का समांतर क्रम संयोजन

माना दो स्प्रिंग हैं जिनको समांतर क्रम में जोड़कर उनमें एक पिंड को लटकाया गया है। माना दोनों स्प्रिंग के बल नियतांक k_1 व k_2 हैं जो एक दूसरे से भिन्न होंगे जैसे चित्र में दिखाया गया है।



यदि पिंड पर लगने वाला बल F है तो

$F = - ky$

अतः पहले स्प्रिंग के लिए $F_1 = - k_1y$

तथा दूसरी स्प्रिंग के लिए $F_2 = - k_2y$

अर्थात $F = F_1 + F_2$

या $ky = k_1y + k_2y$

$k = k_1 + k_2$

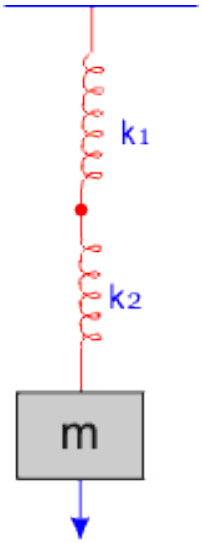
जहां k तुल्य बल नियतांक है तो

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ से

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

स्प्रिंग का श्रेणीक्रम संयोजन

माना दो स्प्रिंग को श्रेणीक्रम में जोड़कर किसी पिंड से लटकाया गया है। यदि दोनों स्प्रिंग के बल नियतांक k_1 व k_2 हैं एवं यह एक दूसरे से भिन्न-भिन्न होंगे। चित्र से स्पष्ट है



माना पिंड पर लगने वाला बल F तथा दोनों स्प्रिंग पर लगने वाला बल क्रमशः F_1 व F_2 हैं। तब यह बल एक दूसरे के समान होंगे। तो

$F = F_1 = F_2$

यदि पहले स्प्रिंग की लंबाई में वृद्धि y_1 व दूसरी स्प्रिंग की लंबाई में वृद्धि y_2 हो तो

$y = y_1 + y_2$

या $\frac{F}{y} = \frac{F}{y_1} + \frac{F}{y_2}$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}$$

जहां k तुल्य बल नियतांक है तो

सूत्र $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ से

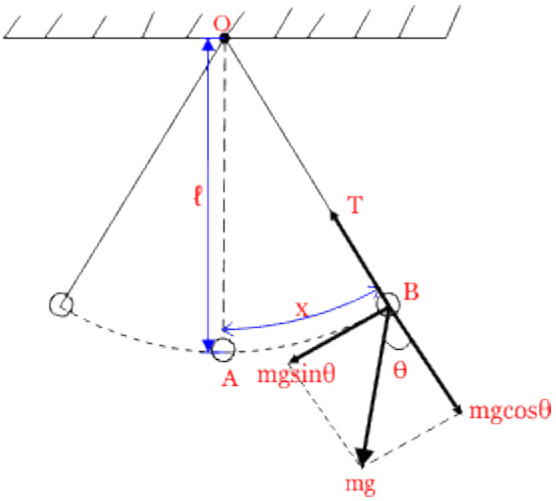
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

सरल लोलक

जब किसी छोटे और भारी पिंड को किसी भारहीन पिंड एवं लम्बाई में न बढ़ने वाले धागे के एक सिरे से पिंड को बांधकर धागे को किसी घर्षण रहित दीवार (छत) से लटका दें। तो इस प्रकार बने समायोजन को सरल लोलक (simple pendulum) कहते हैं।
सरल लोलक की गति सरल आवर्त गति का एक उदाहरण है। व्यवहार में यह समायोजन संभव नहीं है।

सरल लोलक के आवर्तकाल का व्यंजक

माना m द्रव्यमान के किसी गोलक को ℓ लंबाई के धागे के किसी बिंदु से लटकाया गया है।



सरल लोलक का आवर्तकाल

जब इस गोलक को साम्य स्थिति में A से x दूरी विस्थापिन करके छोड़ दिया जाता है तो यह सरल लोलक दोलन करने लगता है।
यदि किसी क्षण बिंदु B पर सरल लोलक की स्थिति में भार mg को दो घटकों में वियोजित करने पर
क्षैतिज घटक = mgcosθ
ऊर्ध्वाधर घटक = mgsinθ
ऊर्ध्वाधर घटक सदैव साम्य स्थिति की ओर होता है अतः इसे प्रत्यानयन बल F कहते हैं।

तो $F = -mg\sin\theta$

या $ma = -mg\left(\frac{x}{\ell}\right)$

$a = -g\left(\frac{x}{\ell}\right)$ समी.①

अतः $a \propto -x$

या $\boxed{\text{त्वरण} = -\text{विस्थापन}}$

यहां त्वरण सदैव विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है।

अतः सरल लोलक की गति सरल आवर्त गति है।

तो समी.① से

$a = g\left(\frac{x}{\ell}\right)$

$\frac{x}{a} = \frac{\ell}{g}$

चूंकि सरल लोलक का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$ होता है तो

विस्थापन/त्वरण या $\frac{x}{a}$ का मान रखने पर

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

यह सरल लोलक का आवर्तकाल का सूत्र है। सरल लोलक का आवर्तकाल (time period of simple pendulum) पिंड के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

सेकंड लोलक

जब किसी लोलक का आवर्तकाल 2 सेकंड होता है तो इस प्रकार की लोलक को सेकंड लोलक (second's pendulum) कहते हैं।

अतः सरल लोलक का आवर्तकाल के सूत्र से

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

चूंकि आवर्तकाल 2 सेकंड है तो

T = 2 रखने पर

$$\boxed{l = \frac{g}{\pi^2}}$$

माना किसी स्थान पर g = 9.8 मीटर/सेकंड^2, T = 2 सेकंड हो तो

$\ell = \frac{9.8}{(3.14)^2}$

ℓ = 0.992 मीटर

ℓ = 99.2 सेमी

अतः स्पष्ट होता है कि किसी सरल लोलक की लंबाई 99.2 सेमी कर दें। तो उसका आवर्तकाल 2 सेकंड होगा। तब उसे सेकंड लोलक कहते हैं।

अनुनाद

जब किसी वस्तु पर कोई बाह्य आवर्त बल आरोपित किया जाता है तो वस्तु में प्रणोदित दोलन बाह्य बल के अंतर्गत उत्पन्न होते हैं। अर्थात

"यदि बाह्य बल की आवृत्ति वस्तु की स्वभाविक आवृत्ति के बराबर हो तो वस्तु के प्रणोदित दोलनों का आयाम बहुत बड़ा हो जाता है इस क्रिया को अनुनाद (resonance) कहते हैं।

अनुनाद की दशा में बाह्य बल सदैव वस्तु के दोलन की कला में रहता है। अतः आवर्त बल द्वारा वस्तु को प्रदान किए गए आवेग के प्रभाव से दोलनो का आयाम लगातार बढ़ता जाता है लेकिन आयाम के बढ़ने पर घर्षण प्रतिरोध भी बढ़ता जाता है। जिस कारण वस्तु की ऊर्जा की हानि की दर भी बढ़ती जाती है। और अंत में एक ऐसी अवस्था और जाती है जब बाह्य बल द्वारा दी गई ऊर्जा वस्तु द्वारा ऊर्जा हानि की दर के बराबर हो जाती है यह स्थिति संतुलन की होती है। प्रायः आयाम बहुत अधिक बड़ा होने से पहले ही आ जाती है।

अनुनाद की तीक्ष्णता

यदि बाह्य बल की आवृत्ति को वस्तु के दोलनो की स्वभाविक आवृत्ति से थोड़ा कम या ज्यादा करने से वस्तु के दोलनो के आयाम में अत्यधिक कमी हो जाए तो यह प्रक्रिया तीक्ष्ण अनुनाद कहलाती है।
इसके विपरीत यदि वस्तु के दोलनो के आयाम में बहुत कम कमी आती है तो यह प्रक्रिया सपाट अनुनाद कहलाती है।

अनुनाद के उदाहरण

अनुनाद के उदाहरण निम्न तीन प्रकार में मिलते हैं
(1) यांत्रिक अनुनाद
(2) ध्वनि अनुनाद
(3) विद्युत चुंबकीय अनुनाद

1. यांत्रिक अनुनाद

सेना का पुल पार करना
जब कोई सेना किसी पुल को पार करती है तो सैनिक कदम मिलाकर नहीं चलते हैं। क्योंकि अगर सैनिक कदम मिलाकर चलेंगे, तो सैनिकों के कदमों की आवृत्ति, पुल की स्वभाविक आवृत्ति के बराबर हो जाए तो पुल टूटने का खतरा हो जाएगा।

2. ध्वनि अनुनाद

(a) स्वरित्र (अनुनाद बॉक्स)
स्वरित्र की ध्वनि बहुत कम होती है परंतु यदि स्वरित्र को किसी खोखले बॉक्स पर खड़ा कर दिया कर दें तो स्वरित्र की आवृत्ति बॉक्स के भीतर की स्वभाविक आवृत्ति के बराबर हो जाये, तो ध्वनि बहुत तेज सुनाई देती है।
(b) डोरियों में कंपन
यदि समान आवृत्ति की दो डोरियां एक ही वाद्य यंत्र पर बंधी है तो इनमे से किसी एक डोरी को हिलाकर छोड़ दें, तो दूसरी डोरी स्वयं ही कंपन करने लगती है।
(c) वातावरण में कंपन

यदि आप अपने कान पर कोई गिलास रखकर ध्वनि सुनें, तो आपको गुनगुन की आवाज आएगी। इसका कारण है कि जब हम गिलास को कान पर लगाते हैं तो जिन आवृत्ति के कंपन, गिलास के भीतर की स्वभाविक आवृत्ति के बराबर होती है तो वह ध्वनि हमें सुनाई देती है।

3. विद्युत चुंबकीय अनुनाद

जब विद्युत चुंबकीय तरंगों की आवृत्ति परिपथ की स्वभाविक आवृत्ति के बराबर होती है तो परिपथ में अनुनादी दोलन उत्पन्न होने लगते हैं। जिसे विद्युत चुंबकीय अनुनाद कहते हैं।